抽象・一般化を行いながら
算数を創っていく児童の育成

～小学校第２学年「かけ算」、第６学年「ならべ方と組み合わせ方」の単元に着目して～

新発田市立佐々木小学校　渡邊　賢（平成 28 年度）

【私の主張】
算数の学習において、答えを出すことだけを重視するのではなく、解決方法について話し合い、概念形成をしていくことが大切であると考える。しかし、児童は本時の問題の答えを出すことに主眼を置きがちであり、解決方法についての価値や特徴等については、着目しない傾向がある。発問を工夫し、抽象した解決方法を一般化させることで、自身の算数の学びを深める姿を期待する。このような既習の知識を新しい場面で活用しようとし、解決方法が分かり、解決方法を抽象・一般化しようとする児童の姿を「算数を創っていく児童」と定義し、本研究で目指すこととした。

１　研究主題決定の理由（はじめに）

学習指導要領では、児童が各教科等の見方・考え方を働かせながら、資質・能力を育成することが求められている。算数科の学習における「数学的な見方・考え方」は、事象を数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え、根拠を基に筋道を立てて考え、統合的・発展的[1]に考えることと記述されている。

私は、先行研究を基に、「数学的な見方・考え方」は、抽象・一般化を行い概念形成することであると考えた。抽象とは、概念の適用範囲(外延)を一度固定して、その適用範囲の中で、概念に共通する性質(内包)を明確化することである。一般化とは、内包を一度固定して、その性質の外延はどこまでであるのかと明確化したり、広げたりすることである[2]。抽象と一般化によって、内包と外延が明確化されることで、概念は形成される（大野、1974）。統合的に考察することは抽象、発展的に考察することは一般化と考えられるため、「数学的な見方・考え方」は、抽象・一般化を行い概念形成することであると換言する。したがって、抽象・一般化を行いながら、児童自身が算数を創っていく授業を志向することは、授業改善の視点に十分なり得ると考える。

これまでの自身の授業や児童の姿を振り返ると、児童は本時の問題の答えを出すことに主眼を置きがちであり、その解決方法をいつ使うことができるのかといった価値や特徴等については、着目しない傾向があった。その要因は、児童に一般化が必要な場面の設定や発問の工夫ができていなかったためである。その結果、一般化を児童と共に行うのではなく、教師が一般化を行うことが多く、児童が算数を創っていくことができなかった。

そこで、第２学年「かけ算(1)~(2)」と第６学年「ならべ方と組み合わせ方」の単元を対象に、授業実践を行う。九九の構成場面は、パターン化された展開で行われるため、児童は見通しをもって取り組みやすい。また、多様な解決方法が存在するため、児童がそれらの方法を整理する必然性を感じることができる。そのため、抽象・一般化を行いながら概念形成することができると考える。「ならべ方と組み合わせ方」の学習は、「組み合わせ方」の学習の導入のみならず、単元のまとめの場面でも「ＡとＢ」「ＢとＡ」を別々に捉える児童が現れる（福田、1997）。換言すれば、児童がならべ方と組み合わせ方の概念がどのような状況に適用可能であるかが説明できていないことに課題があり（伊藤、2015）、一般化が求められる単元と言える。以上のことから、２単元を対象に授業実践を行う。本実践を通して、児童が抽象・一般化を行いながら算数を創る力を高め、今後の算数授業に生かしていくことを期待する。

２　研究仮説

第２学年「かけ算(1)~(2)」と第６学年「ならべ方と組み合わせ方」の単元において、児童の解決方法に問い返しを行い共有化を図って抽象したり、解決方法の外延を意識できる発問で一般化したりすることで、算数を創っていく児童に近づいていくだろう。

・本研究で「算数を創っていく児童」とは、「算数科の授業において、既習の知識を新しい場面で活用しようとし、解決方法が分かり、解決方法を抽象・一般化しようとする児童」と定義する。

---

[1] 学習指導要領解説によれば、「統合的に考察する」ことは、異なる複数の事柄をある観点から捉え、それらに共通点を見いだして一つのものとして捉え直すことであり、「発展的に考察する」ことは、絶えず考察の範囲を広げていくことで新しい知識や理解を得ようとすることである。

[2] 概念には内包と外延の２側面が存在し、内包はその概念が有する性質のことであり、外延はその性質の適用範囲や論議領域のことである（真野、2009）。

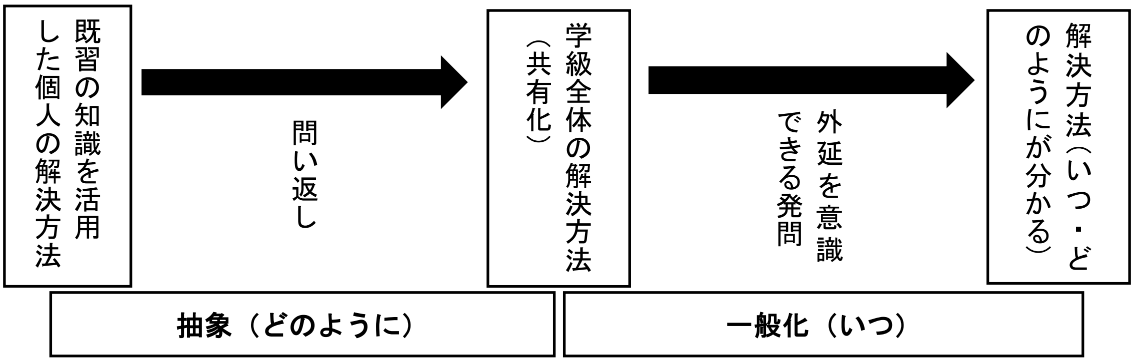

図１　抽象・一般化をしながら算数を創っていくプロセス

３　研究仮説に迫るための方策

（１）抽象を行うための手立て

①問い返し

抽象は、内包を明確化することであるため、児童の解決方法に問い返しを行い共有化を図る発問が有効であると考える。「〇〇さんのやり方はどんなやり方かな？」と問い返したり、式や図、表だけを板書して「どういう考え方かな？」と問いかけたりする。その際に、ペア対話を交えることで、共有化しやすくなる。

②解決方法の命名

児童と解決方法を命名することも有効であると考える。「はんたい」「〇とび」等、それぞれの解決方法の特徴が捉えられ、教室言語として共有されることで対話もしやすくなる。

（２）一般化を行うための手立て

①限界の認識からの活動の設定

例えば、九九の構成を考える場面で最も素朴な解決方法は、ブロックを使った解決方法だが、児童は 20 個しか持っていないため、全ての九九では使えない。ここで新しい解決方法を探求したり、既習の解決方法の外延を考えたりする活動を設定することで、児童は解決方法の外延を意識し、一般化に向かうと考える。

②外延を問いかける発問

一般化は、外延を明確化することであるため、多様な解決方法が「いつ使えるのか？いつ使えないのか？」を問う等、外延を問いかける発問が有効であると考える。

４　検証方法

上述の手立てを組み込んだ単元を構想し、２年生（24 名）を対象に実践Ⅰ、６年生（21 名）を対象に実践Ⅱを行う。また、ノート記述や話し合いの様子から、研究仮説の検証を行う。

５　授業の実際

［実践Ⅰ 新発田市立佐々木小学校２年生 24 名 単元：「かけ算(1)～(2)」]

（１）実践Ⅰ　２～７の段の構成場面（抽象）

５の段と２の段の構成場面では、「ブロック」「たし算」を中心に解決を進め、「〇とび」の解決方法を考えた児童がいたため、問い返しを行い全体で共有した。３の段と４の段の構成場面では、自分に合った解決方法が分かり、自信をもって解決する児童の姿が見られた。６の段と７の段の構成場面では、４の段で「ブロック」以外で答えが出せない児童が二人いたため、解決方法の理解を深めるため、解決方法の問い返しやペア対話を行った。一人は「はんたい」、もう一人は「〇とび」の解決方法で答えが出せるようになった。二人の児童は、「この問題ははんたいが使えるよ」「〇とびを使えば他の段も楽勝だ」等と発言し、自信を深めていた。

（２）実践Ⅰ　８の段の構成場面（一般化）

①問題把握と課題設定

授業開始時の「今日は８の段を作るんだよね。」という児童の発言から、「８の段の九九を作ろう。」をめあてとし、問題「テープが１人分８cm あります。〇人分では何 cm になりますか。」を提示した。まず、１人分～３人分までの式・答え・解決方法を書くことにした。

②自力解決と話し合い

１人分～３人分の式と答えを確認し、「ブロック」や「たし算」、「はんたい」の解決方法を児童が発表した。３人分の際に、児童から「ブロックはできないね。」「だって 20 よりも数が多いからね。」と声があがり、「ブロック」の外延を再確認した。次に、４人分～６人分までの式・答え・解決方法を書くことにした。

児童は「はんたい」や「８とび」、「たし算」の解決方法を発表した。それから、残りの７人分～９人分までの式・答え・解決方法を書くことにした。

７人分～９人分までの式・答え・解決方法を確認し、８×８と８×９では、今まで使えた「はんたい」が出てこなかったため、「どうしてはんたいは使わなかったの？」と問いかけた。児童は、「はんたいは使えないんだよ。」「８×８はかけられる数とかける数が同じだからだよ。」「８×９は９×８にしてもまだ習っていないからできないよ。」と理由を述べた。「はんたいはいつなら使えるの？」と問いかけると、「８×７まで」と外延を明確化し、一般化する姿が見られた。

③まとめ

最後に、「今までのやり方はいつ使うことができるの？」とそれぞれの解決方法の外延を問いかける発問をした。「ブロックは８×２までだったね。」「はんたいは８×７まで使えると分かったよ。」「たし算は全部使えたね。」「８とびも最後まで使えたよ。」等の児童の発言から、「８とびとたし算はさいごまでつかえる。ブロックは８×２まで、はんたいは８×７までつかえる。」を本時のまとめとして、授業を終了した。

（３）実践Ⅰの考察

一般化場面では、その解決方法が使えなかった時に、「どうして使わなかったの？」と問うことで、「ブロックは 20 個しか持っていないから足りなくなる。」「はんたいにしても、９×８になって習った九九に直せない。」等と児童は「使うことができない」理由を説明する姿が見られた。そこで「いつなら使うことができるの？」と問うことで、「ブロックは８×２まで」「はんたいは、８×７まで」等と外延を明確化し、一般化することができた。したがって、既習の解決方法の限界の認識から、既習の解決方法の外延を考える展開を設定し、外延を意識できる発問をすることは、一般化に有効に作用すると考えられる。

分析の方法には課題がある。実践Ⅰでは、授業記録やノートの記述をもとに児童の姿を捉えた。しかし一般化場面では、２年生という発達段階も考慮して、記述は行わず口頭のみの活動とした。そのため、児童一人一人がどの程度一般化できたかは不明確である。そこで、実践Ⅱでは、一般化場面において記述の活動を設定し、児童一人一人の一般化の到達度を測ることで、目指す子どもの姿に近づいたかどうかを検証する。

[実践Ⅱ 新発田市立佐々木小学校６年生 21 名 単元：「ならべ方と組み合わせ方」]

（４）実践Ⅱ 組み合わせ方の学習１時間目（抽象）

①問題把握と課題設定

本時の問題「１組、２組、３組、４組でベースボールの試合をします。どの組とも１回ずつ試合をします。試合は全部で何通りになりますか。」を提示した。問題把握を行い、自力解決①を行った。その後、児童の解答で 12 通りが１番多かったことから、教師から 12 通りの樹形図を正答として提示した。ペア対話で検討をすると、「１組対２組と２組対１組は、順番が変わっただけで、試合は変わらないから、２回目はカウントしない」ことを、児童は気付き発表した。答えは 12 通りではないことが全体で共有され、本時の学習課題として、「どの組とも１回ずつ試合をするときは、どうすれば何通りかを求められるか？」を設定した。

②自力解決と話し合い

自力解決②を行った。児童は、書き出し・樹形図・リーグ表の３つの解決方法で答えを出しており、全体検討で扱った。それぞれの解決方法では、２回目の試合に×をつけることで解答を出していたため、「黒板の樹形図で他に×を入れた方がいいところはある？」「４組対１組は×にしていいんだね。どうして？」「ここは、何組対何組を示しているの？」等、問い返しをすることで解決方法の共有化を行い、抽象を行った。

③まとめ

学習のまとめをつくるために、本時の課題を再度問いかけた。児童の言葉から「１－２と２－１のように逆になっただけのような試合は、１つとして数えると求められる」をまとめとした。

（５）実践Ⅱ 組み合わせ方の学習２時間目（一般化）

①問題把握と課題設定

既習のならべ方と組み合わせ方の２つの問題を提示した。試合数の問題は、２試合目を消して考えたことを確認した。２桁の整数の問題は、消さないで考えたことを確認した。ここで、ならべ方と組み合わせ方の一般化を狙い、「どんな問題では消し、どんな問題では消さないのか」を問うた。児童は悩んでいる様子だったため、本時の学習課題として、「どんな問題では消して、どんな問題では消さないのか？」を設定した。

②自力解決と話し合い

自力解決後、ペア対話を行い、全体検討を行った。全体検討では、最初は「問題文に１回ずつが入っているか」「問題文に全部が入っているか」という、問題文に着目した考えが出た。後半は、「数字を逆にしても同じになるものは消して、数字を逆にしても同じにならないものは消さない」という、順序性に着目した考

えが出た。「逆にして同じ。逆にして違う。ってどういうことかな？」と問い返しを行うことで、具体的に問題場面の言葉を交えて、児童は順序性について説明することができた。

話し合いで分かったことを使い、組み合わせ方の問題の「次の５種類のおかしの中から、２種類を買います。組み合わせは、全部で何通りありますか。」を解いた。ペア対話の後、全体で解答の共有を行った。「Ｂ－Ａを消すのはどうして？」と問い返しを行うと、「同じ種類のものを２回買うことになるから」「Ａ－Ｂはもうあって、Ｂ－Ａで重なってしまうから」等と児童は答えた。

③まとめ

自力解決後の話し合いの段階では、「どんな問題では消して、どんな問題では消さないのか？」という課題に対して、問題文に着目した考えと、順序性に着目した考えが混在している状態であった。順序性の考えへの収束を狙って、「この問題文の中に、１回ずつって書いてなかったけど、消して考えたね。何が大事だったの？」と問うた。全体検討を行い、「１対２と２対１は重なっている」「12 と 21 は重ならない違う数」「重ならないようにする」ということが、消すか消さないかで大事なことだと、児童は捉えた。

最後に、児童一人一人の一般化の到達度を測るために、「消す問題と消さない問題はどういう問題か」を自分の言葉でまとめる活動を行い、授業を終了した。

（６）実践Ⅱの考察

２時間目の課題の「どんな問題では消して、どんな問題では消さないのか？」に対して、自力解決の段階では、順序性の有無に着目した記述は７人(33.3%)であった。しかし授業の最後のまとめの段階では、順序性の有無に着目した記述は 11 人(52.3%)であり、「重なりがある・重なりがない」と記述している児童が 5 人(23.8%)であった。おかしの問題後の話し合いから、順番が入れ替わっただけで同じものを「重なりがある」と表現したのだと考えられる。その児童も一般化していると捉えると、計 16 人(76.1%)の児童が一般化したと言える。

また自力解決の段階において、本質である順序性に着目した考えよりも、「１回ずつ」「全部」などの問題文に着目した考えが多く出てきた。一般化を狙う発問であるが、「どうしてならべ方の樹形図は使えなかったのか」を口頭で問うたうえで、「消す問題と消さない問題はどういう問題か」を記述で問うことで、より外延の明確化に繋がったのではないかと考える。なぜなら、ならべ方の樹形図を使えなかった理由を述べることで、学習者は自然と順序性の有無に着目することに繋がると考えられるからである。

２実践の考察を通して、「解決方法の限界を認識する場面の設定」「使用できなかった理由を問いかける発問」「外延を問いかける発問」という３段階を踏むことで、一般化に到達できるのではないかと考える。

６　成果と課題

（１）成果

２実践を通して、児童が発表した考えで、新しい解決方法が出た時には、全体で解決方法を共有して命名した(樹形図はこちらで提示)。全体に問いかけたり、ペア対話で扱ったりした。その結果、実践Ⅰでは、ブロック以外で答えが出せなかった二人の児童が、自信をもって解決できるようになった。また実践Ⅱでも、各時間の設問の正答率が 80%前後となった。問い返しや命名から内包の明確化を行い、抽象を行った成果と考える。

一般化に関しては、実践Ⅰでは九九の構成場面の解決方法、実践Ⅱではならべ方と組み合わせ方の両概念について、児童の一般化する姿が見られたことは、成果と言ってよい。

以上のことが本研究の成果であり、「算数を創っていく児童」に近づけることができたと考える。

（２）課題

実践Ⅰ「かけ算(1)~(2)」は抽象・一般化がしやすい単元での実践で、実践Ⅱ「ならべ方と組み合わせ方」は、一般化を志向した先行実践の伊藤（2015）をもとに行われた実践であった。単元によっては、一般化が難しいこともある。本研究の汎用性を高めるため、他単元でも単元構想や発問の仕方を考える必要がある。

【引用・参考文献】

伊藤孝希（2015）.「算数教育におけるクリティカルシンキングの育成に関する研究―反省的思考の育成に焦点を当てて―」、修士論文（未刊行）、新潟大学大学院教育学研究科.

大野清四郎（1974）.「Ⅴ 数学における思考と教育 1 抽象化・一般化」、中島健三・大野清四郎 編『現代教科教育学大系 第 4 巻 数学と思考』、第一法規、pp.131-148.

小学校学習指導要領解説　算数編（平成 29 年告示）文部科学省.

真野祐輔（2010).『算数・数学学習における概念変容に関する基礎的研究 :「数」領域の展開を中心に』、博士論文(未刊行)、広島大学大学院教育学研究科.

福田裕美（1997）.「子供の数学化の過程を重視した授業―「場合の数」―」、日本数学教育学会『臨時増刊、総会特集号』、第 79 号、p.92.